

講義の予定(修正版)

1	4/8	デジタルとは何か？N進数、2進数の計算
2	4/15	論理関数
3	4/22	論理回路、MIL記号
4	5/13	論理式、論理式と論理回路の関係
5	5/20	シャノンの展開定理、積和標準形、和積標準形 [環和標準形]
6	5/27	論理式の簡単化の準備、大小関係、主項、内項
7	6/3	カルノー法、部分論理関数
8	6/10	クワインマクラスキー法 (+ブール代数の基礎)
9	6/17	モデル計算機、ハードウェア、機械語
10	7/1	演算器 (加算器、減算器、乗算器、比較器、ALU、制御器) 1コマ目
11	7/1	基本データ構造 2コマ目
12	7/8	式の機械語への変換
13	7/22	試験 (広く浅くまんべんなく。簡単化は必ず出す)

*6月24日は学会出張で休講



2変数論理関数 (復習)

x	y	f_8	f_7	f_{14}	f_1	f_6	f_9	f_0	f_{15}	f_2	f_4	f_{12}	f_3	f_{10}	f_5	f_{11}	f_{13}
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1
意味		AND	NAND	OR	NOR	XOR	XNOR	定数	定数	禁止 ゲート	禁止 ゲート	射影	射影 否定	射影	射影 否定	含意	含意

● 論理式

- 論理演算子と論理変数を組み合わせて論理関数を記述
- 論理式と真理値表は論理関数の表現が違っただけでほぼ等価
- 正確な定義はのちほど

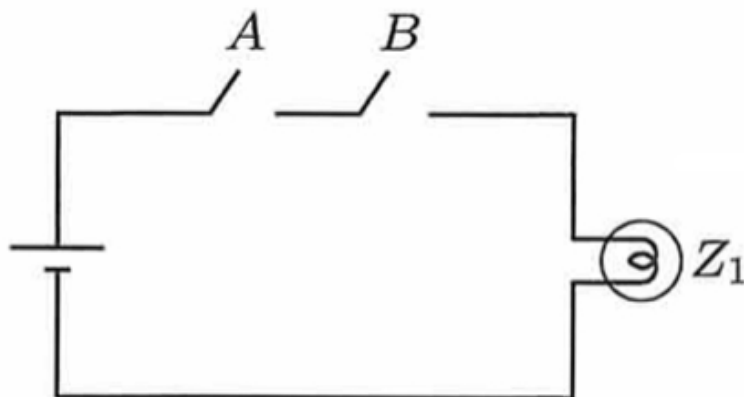
● 論理演算子

- NOT (\bar{x}), AND (\cdot), OR ($+$), XOR(\oplus)

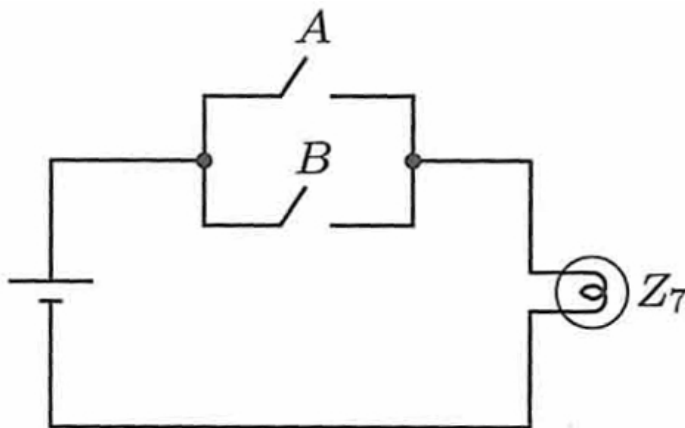
論理から機能へ

- 0, 1 → 電源のoff と on (0Vと+100Vなど)

- AND



- OR



論理回路入門・森北出版・浜辺隆二著

- 物によってはややこしい電気回路になったり、電気回路としての実現の仕方は様々なものがあり得る
- 論理演算子を素子として抽象化したものがMIL記号 (次ページ)

MIL記号：論理素子記号

3.2 論理素子と論理回路





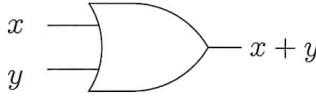
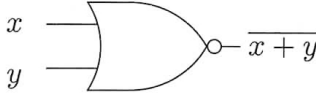
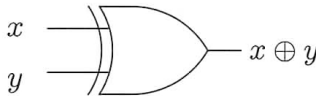
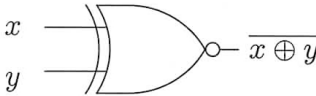
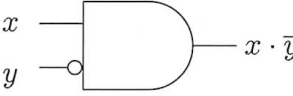

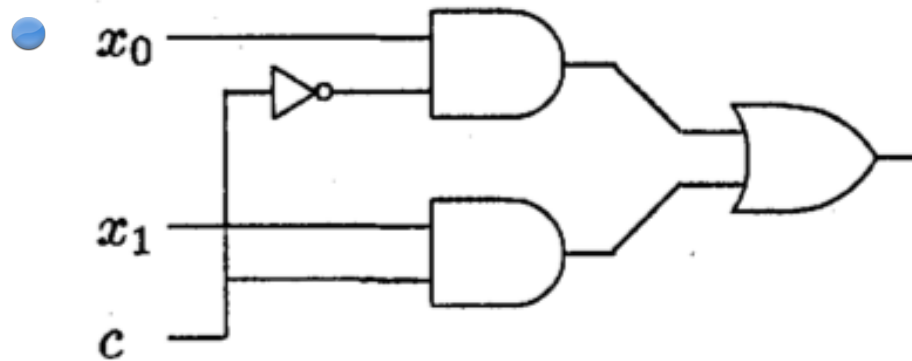
NOT 否定		バッファ	
AND 論理積		NAND	
OR 論理和		NOR	
EXOR 排他的論理和		XNOR 相等	
禁止ゲート		含意	

図 3.2 論理素子記号

● 論理回路（組み合わせ論理回路）

- 論理ゲートを接続した回路
- フィードバックが無く入力が増えると出力が決まる
- 過去の入力の影響が無い（⇔順序論理回路）

論理回路図



以下の注意点に気をつけながら写しましょう

図 3.3 論理回路の例 コンピュータの基礎

● 注意点

- +型の交差は描画の都合で交差しているだけで、接続なし
- T型の交差は線が分岐している（接続されている）

● 論理回路は真理値表で表現できる

- 上の例を具体的に真理値表にしてみよう

● 真理値表が書ける = 論理回路は論理関数の表現の1つ

x_0	x_1	c	out
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

論理式

- 形式的定義

1. 0,1, 変数は論理式である
2. E, F が論理式の時、 $\bar{E}, (E \cdot F), (E + F), (E \oplus F)$ は論理式である
3. 以上の (1)、(2) だけでできるものが論理式である

- 例

$$M(x, y, z) = xy + yz + zx \quad \text{多数決関数}$$

$$P(x, y, z) = x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + xyz \quad \text{パリティ関数}$$

- 演算子の優先順位 (掛け算は足し算より先にやるとか)

$$\bar{}(\text{NOT}) > \cdot(\text{AND}) > \oplus(\text{XOR}) > +(\text{OR})$$

論理関数の性質

	L	R
単位元	$x \cdot 1 = x$	$x + 1 = 1$
ゼロ元	$x \cdot 0 = 0$	$x + 0 = x$
べき等律	$xx = x$	$x + x = x$
交換律	$xy = yx$	$x + y = y + x$
結合律	$(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$	$(x + y) + z = x + (y + z)$
吸収律	$x(x + y) = x$	$x + xy = x$
分配律	$x(y + z) = xy + xz$	$x + yz = (x + y)(x + z)$
相補律	$x\bar{x} = 0$	$x + \bar{x} = 1$
二重否定	$\bar{\bar{x}} = x$	
ド・モルガン律	$\overline{xy} = \bar{x} + \bar{y}$	$\overline{x + y} = \bar{x}\bar{y}$

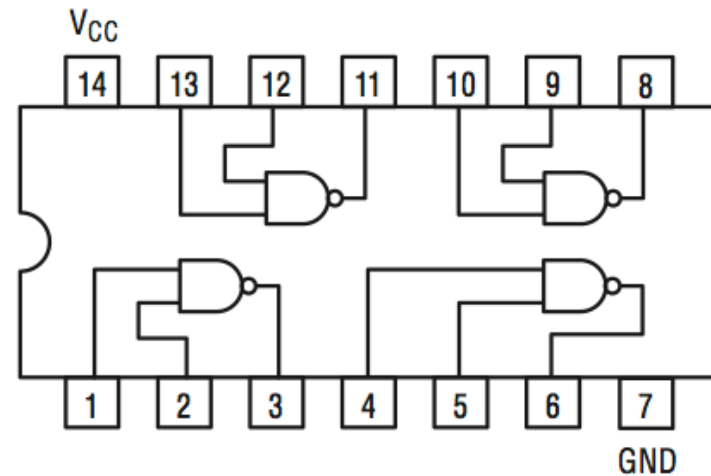
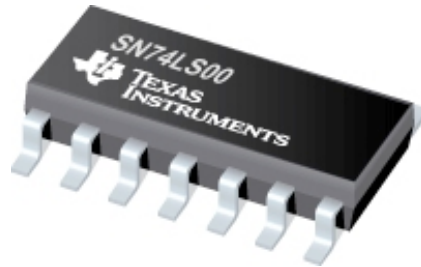
- 順次確認を行う（黒板で）
- 練習問題：各等式を証明しなさい
 - $x + \bar{x}y = x + y$
 - $x(\bar{x} + y) = xy$
 - $xy + \bar{x}z + yz = xy + \bar{x}z$

基本論理演算子

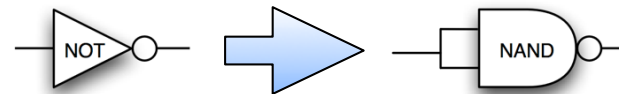
- 含意、禁止ゲートなどの論理関数も同様に、AND, OR, NOTを組み合わせた論理演算子の組み合わせで書く事ができる
 - 具体的な表現は、真理値表を論理式に変換する所で学ぶ
- 基本論理演算子
 - 2変数論理関数はすべて、AND, OR, NOTの組み合わせで書ける
= AND, OR, NOTを**基本論理演算子**と呼ぶ
 - AND, OR, NOTは**完全系**を作っているとも言う
 - 完全系に関しては、ブール代数の公理系の時に説明する

NANDの完全性

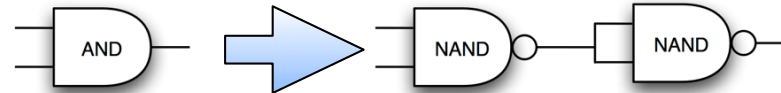
- SN74LS00 (型番的に一番基本的な回路)
 - NANDが4個入ったIC



$$\bar{x} = \overline{x \cdot x}$$



$$x \cdot y = \overline{\overline{x \cdot y}}$$



$$x + y = \bar{\bar{x}} + \bar{\bar{y}} = \overline{\bar{x} \cdot \bar{y}}$$

