

前回の復習から

- 足し算の復習

足し算の規則性を表にする

a	b	c	c'	s
0	0	0		
0	1	0		
1	0	0		
1	1	0		
0	0	1		
0	1	1		
1	0	1		
1	1	1		

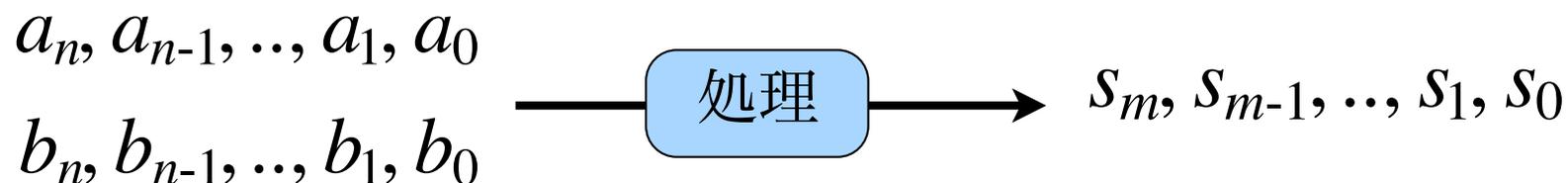
桁上がり有り
=全加算器 (Full Adder)
=**FA**

a	b	c'	s
0	0		
0	1		
1	0		
1	1		

桁上がり無し
=半加算器 (Half Adder)
=**HA**

情報処理と論理関数

- 情報処理とは？
 - 情報入力 → (処理) → 情報出力
- デジタル世界の情報は{0,1}の列で表現できる
- 結局、情報処理とは{0,1}の列を{0,1}の列に変換する事



- 一般化すると以下のように書いて、 f_j を**論理関数**と呼ぶ

$$f_j : x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x_0 \rightarrow s_j (j = 1 \dots m)$$

- より形式的には $B = \{0, 1\}$ として以下のように書ける

$$f : B^n \rightarrow B$$

論理関数の表現

- **真理値表**：入力値と出力をすべて表にしたもの
- **入力条件仕様**：関数値 1 を与える条件を記述
- **論理式**（後述）

真理値表（FAを例として）

a	b	c	c'	a	b	c	s
0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1	0	0
0	0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1	0
1	0	1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1

s の入力条件仕様での表現
(0,1,0), (1,0,0), (0,0,1),(1,1,1)

論理関数はいくつあるのか？

● 1変数

- 入力が{0,1}の2通り、そのそれぞれに{0,1}の2通りの値が可能
- つまり、1変数だと $2^2 = 4$ 種類ありえる

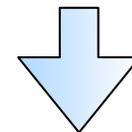
x	f_0	f_1	f_2	f_3
0	0	1	0	1
1	0	0	1	1
意味	定数	否定	恒等	定数

● n 変数では

- 2^n 通りの入力があって、そのそれぞれに{0,1}の値
- つまり n 変数だと 2^{2^n}
- 例えば $n = 2$ だと16通り

2変数論理関数

x	y	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1



並び替え

x	y	f_8	f_7	f_{14}	f_1	f_6	f_9	f_0	f_{15}	f_2	f_4	f_{12}	f_3	f_{10}	f_5	f_{11}	f_{13}
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1
意味		AND	NAND	OR	NOR	XOR	XNOR	定数	定数	禁止 ゲート	禁止 ゲート	射影	射影 否定	射影	射影 否定	含意	含意

一つずつ黒板で説明

論理演算子

- [例] AND

- 0,1を普通の数字と見たときの掛け算（積）と同じ
- 掛け算と区別して論理積と呼ぶ
 - $x \cdot y$ と書く「 \cdot 」が論理積を表す**論理演算子**
 - ANDの場合は省略する事も多い（つまり xy と書く）

- 同様に

- OR: $+$
- NOT \bar{x}
- XOR: \oplus

- 論理式

- 論理演算子と論理変数を組み合わせて論理関数を記述
- 論理式と真理値表は論理関数の表現が違うだけでほぼ等価
- 正確な定義は次週

論理式の例と練習問題

- $\bar{x}y + x\bar{y}$
 - この論理式がXORであることを真理値表を使って確認せよ
- \overline{xy} と $\bar{x} + \bar{y}$ が等しい事及び $\overline{x + y} = \bar{x} \cdot \bar{y}$ を示せ
 - 2つの論理式が等しい事は、それぞれ真理値表を書いて示す
- $\bar{x} \cdot \bar{y} + xy$ が $\overline{x \oplus y}$ に等しい事を示せ
 - ちなみにこれはXNORの論理式表現になっている
- 多数決関数 $M(x, y, z) = 1$ if x, y, z の1の個数が2個以上
- パリティ関数 $P(x, y, z) = 1$ if x, y, z の1の個数が奇数個
 - 多数決関数とパリティ関数の真理値表を書きなさい

今日のまとめ

- 論理関数とは何かを理解する
 - 論理関数の定義は真理値表で行う
 - 論理関数は、論理式でも表現できる
 - 同じ論理関数が、異なる論理式で表現可能である
- 1変数論理関数は4つある
 - 重要な1変数論理関数としてNOTを覚える
- 2変数論理関数は全部で16個ある
 - 重要な2変数論理関数として以下の論理関数を覚える
 - AND, OR, XOR
 - NAND, NOR, XNOR
- 今日の講義に出てきた論理演算子4種を覚える