

# 前回の復習から

- 足し算の復習（黒板でやる）

足し算の規則性を表にする

a	b	c	c'	s
0	0	0		
0	1	0		
1	0	0		
1	1	0		
0	0	1		
0	1	1		
1	0	1		
1	1	1		

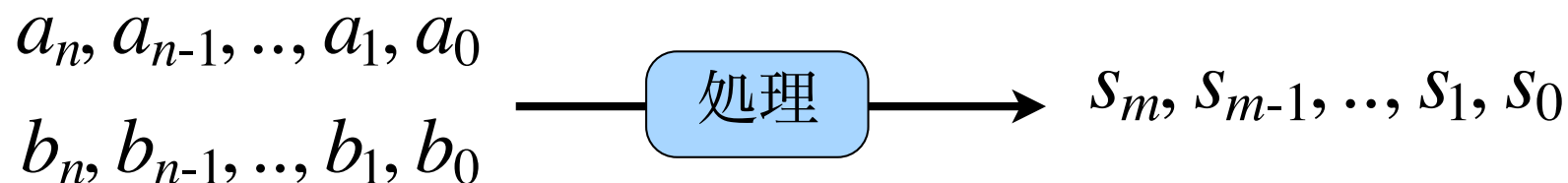
桁上がり有り  
=全加算器 (Full Adder)  
=**FA**

a	b	c'	s
0	0		
0	1		
1	0		
1	1		

桁上がり無し  
=半加算器 (Half Adder)  
=**HA**

# 情報処理と論理関数

- 情報処理とは？
  - 情報入力 → (処理) → 情報出力
- デジタル世界の情報は{0,1}の列で表現できる
- 結局、情報処理とは{0,1}の列を{0,1}の列に変換する事



- 一般化すると以下のように書いて、 $f_j$  を**論理関数**と呼ぶ

$$f_j : x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x_0 \rightarrow s_j (j = 1 \dots m)$$

- より形式的には  $B = \{0, 1\}$  として以下のように書ける

$$f : B^n \rightarrow B$$

# 論理関数の表現

- **真理値表**：入力値と出力をすべて表にしたもの
- **入力条件仕様**：関数値 1 を与える条件を記述
- **論理式**（後述）

真理値表（FAを例として）

a	b	c	c'
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	1
0	0	1	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	1

a	b	c	s
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	0	0
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	1

$s$ の入力条件仕様での表現  
(0,1,0), (1,0,0), (0,0,1),(1,1,1)

# 論理関数はいくつあるのか？

- 1変数

- 入力が $\{0,1\}$ の2通り、そのそれぞれに $\{0,1\}$ の2通りの値が可能
- つまり、1変数だと  $2^2 = 4$ 種類ありえる

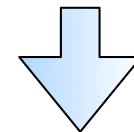
$x$	$f_0$	$f_1$	$f_2$	$f_3$
0	0	1	0	1
1	0	0	1	1
意味	定数	否定	恒等	定数

- $n$ 変数では

- $2^n$  通りの入力があって、そのそれぞれに $\{0,1\}$ の値
- つまり $n$ 変数だと  $2^{2^n}$
- 例えば $n = 2$ だと16通り

# 2変数論理関数

x	y	$f_0$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_7$	$f_8$	$f_9$	$f_{10}$	$f_{11}$	$f_{12}$	$f_{13}$	$f_{14}$	$f_{15}$
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1



並び替え

x	y	$f_8$	$f_7$	$f_{14}$	$f_1$	$f_6$	$f_9$	$f_0$	$f_{15}$	$f_2$	$f_4$	$f_{12}$	$f_3$	$f_{10}$	$f_5$	$f_{11}$	$f_{13}$
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1
意味		AND	NAND	OR	NOR	XOR	XNOR	定数	定数	禁止 ゲート	禁止 ゲート	射影	射影 否定	射影	射影 否定	含意	含意

一つずつ黒板で説明

# 論理演算子

- [例] AND

- 0,1を普通の数字と見たときの掛け算（積）と同じ
- 掛け算と区別して論理積と呼ぶ
  - $x \cdot y$  と書く「 $\cdot$ 」が論理積を表す**論理演算子**
  - ANDの場合は省略する事も多い（つまり $xy$ と書く）

- 同様に

- OR:  $+$
- NOT  $\bar{x}$
- XOR:  $\oplus$

- 論理式

- 論理演算子と論理変数を組み合わせて論理関数を記述
- 論理式と真理値表は論理関数の表現が違うだけでほぼ等価
- 正確な定義は次週

# 論理式の例と練習問題

- $\bar{x}y + x\bar{y}$ 
  - この論理式がXORであることを真理値表を使って確認せよ
- $\overline{xy}$  と  $\bar{x} + \bar{y}$  が等しい事及び  $\overline{x + y} = \bar{x} \cdot \bar{y}$  を示せ
  - 2つの論理式が等しい事は、それぞれ真理値表を書いて示す
- $\bar{x} \cdot \bar{y} + xy$  が  $\overline{x \oplus y}$  に等しい事を示せ
  - ちなみにこれはXNORの論理式表現になっている
- 多数決関数  $M(x, y, z) = 1$  if  $x, y, z$  の 1 の個数が 2 個以上
- パリティ関数  $P(x, y, z) = 1$  if  $x, y, z$  の 1 の個数が奇数個
  - 多数決関数とパリティ関数の真理値表を書きなさい