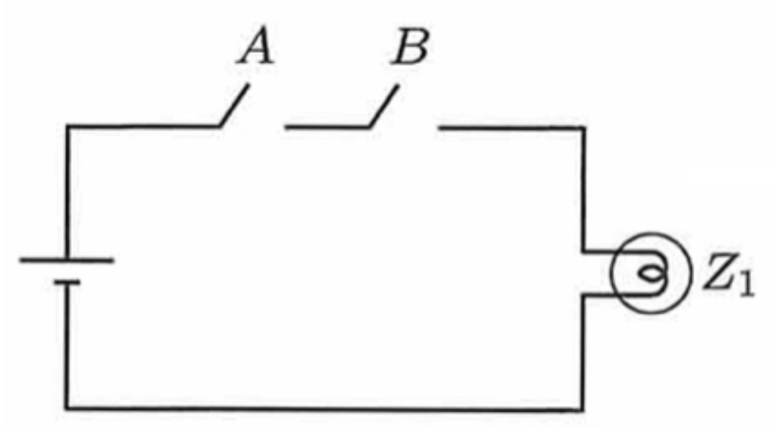
2変数論理関数（復習）

x	y	f_8	f_7	f_{14}	f_1	f_6	f_9	f_0	f_{15}	f_2	f_4	f_{12}	f_3	f_{10}	f_5	f_{11}	f_{13}
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1
意味		AND	NAND	OR	NOR	XOR	XNOR	定数	定数	禁止ゲート	禁止ゲート	射影	射影否定	射影	射影否定	含意	含意

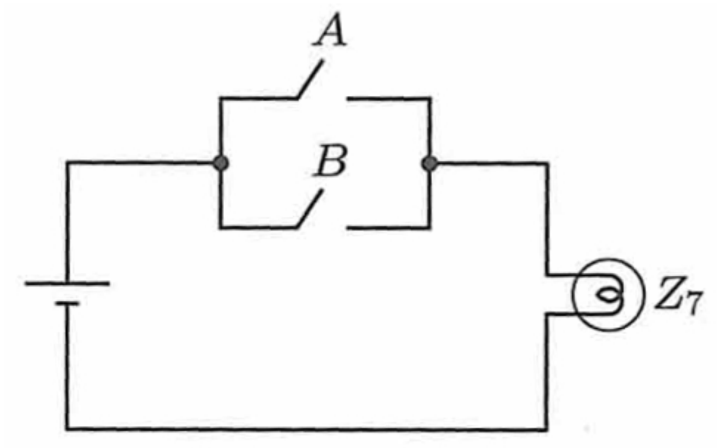
- 論理式
  - 論理演算子と論理変数を組み合わせて論理関数を記述
  - 論理式と真理値表は論理関数の表現が違うだけでほぼ等価
  - 正確な定義はのちほど
- 論理演算子
  - NOT ($\bar{x}$), AND (・), OR (+), XOR($\oplus$)

論理から機能へ

- 0, 1 → 電源のoff と on (0Vと+100Vなど)
- AND



- OR



論理回路入門・森北出版・浜辺隆二著

- 物によってはややこしい電気回路になったり、電気回路としての実現の仕方は様々なものがあり得る
- 論理演算子を素子として抽象化したものがMIL記号（次ページ）

MIL記号：論理素子記号

3.2　論理素子と論理回路

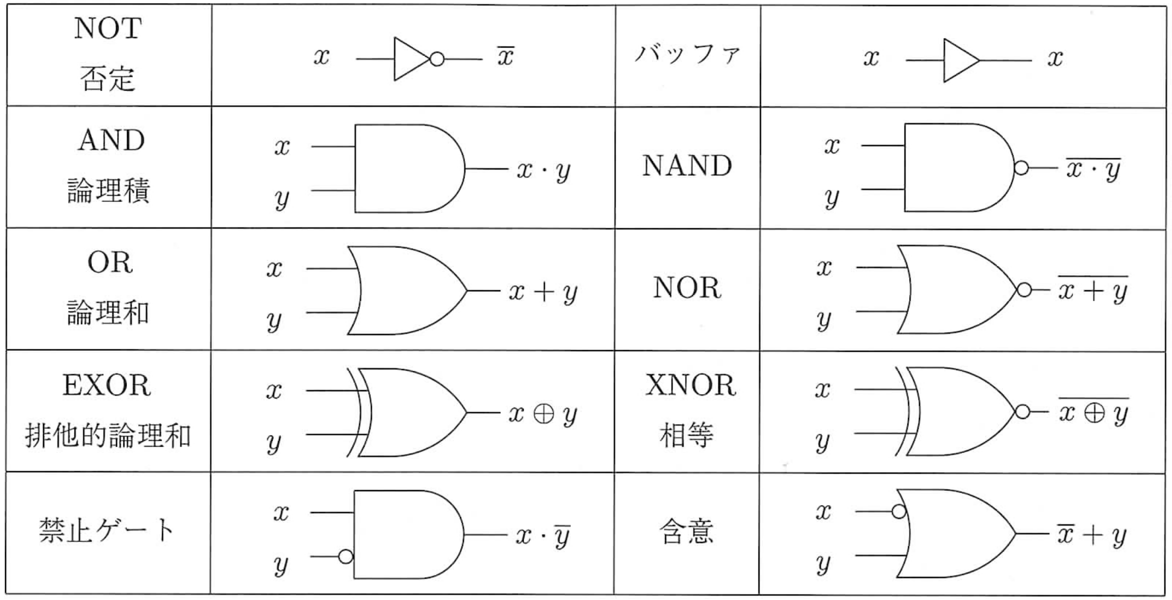


図 **3.2**　論理素子記号

- 論理回路（組み合わせ論理回路）
  - 論理ゲートを接続した回路
  - フィードバックが無く入力が加わると出力が決まる
  - 過去の入力の影響が無い（⇔順序論理回路）

論理回路図

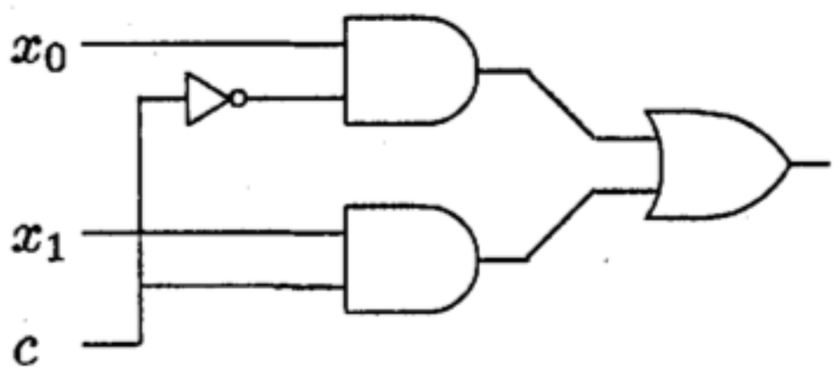


図 3.3 論理回路の例　コンピュータの基礎

以下の注意点に気をつけながら写しましょう

- 注意点
  - +型の交差は描画の都合で交差しているだけで、接続なし
  - T型の交差は線が分岐している（接続されている）
- 論理回路は真理値表で表現できる
  - 上の例を具体的に真理値表にしてみよう
- 真理値表が書ける＝**論理回路は論理関数の表現**の１つ

x0	*x1*	c	out
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

論理式

- 形式的定義
  1. 0,1, 変数は論理式である
  2. E, F が論理式の時、$\overline{E}, (E \cdot F), (E + F), (E \oplus F)$ は論理式である
  3. 以上の（1）、（2）だけでできるものが論理式である
- 例

$$M(x, y, z) = xy + yz + zx$$ 多数決関数

$$P(x, y, z) = x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + xyz$$ パリティ関数

- 演算子の優先順位（掛け算は足し算より先にやるとか）

$$^{-}(\mathrm{NOT}) > \cdot(\mathrm{AND}) > \oplus(\mathrm{XOR}) > +(\mathrm{OR})$$

論理関数の性質

	L	R
単位元	$x \cdot 1 = x$	$x + 1 = 1$
ゼロ元	$x \cdot 0 = 0$	$x + 0 = x$
べき等律	$xx = x$	$x + x = x$
交換律	$xy = yx$	$x + y = y + x$
結合律	$(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$	$(x + y) + z = x + (y + z)$
吸収律	$x(x + y) = x$	$x + xy = x$
分配律	$x(y + z) = xy + xz$	$x + yz = (x + y)(x + z)$
相補律	$x\bar{x} = 0$	$x + \bar{x} = 1$
二重否定	$\bar{\bar{x}} = x$	
ド・モルガン律	$\overline{xy} = \bar{x} + \bar{y}$	$\overline{x + y} = \bar{x}\bar{y}$

- 順次確認を行う（黒板で）
- 練習問題：各等式を証明しなさい
  - $x + \bar{x}y = x + y$
  - $x(\bar{x} + y) = xy$

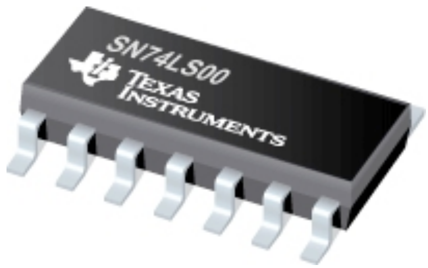
  $xy + \bar{x}z + yz = xy + \bar{x}z$

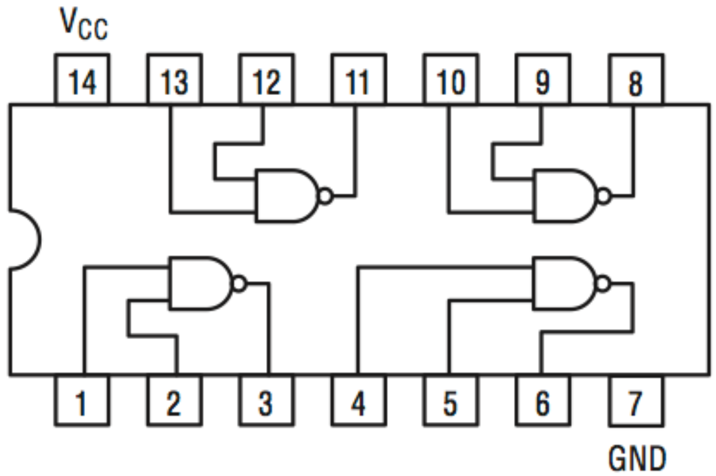
基本論理演算子

- 含意、禁止ゲートなどの論理関数も同様に、AND, OR, NOTを組み合わせた論理演算子の組み合わせで書く事ができる
  - 具体的な表現は、真理値表を論理式に変換する所で学ぶ
- 基本論理演算子
  - 2変数論理関数はすべて、AND, OR, NOTの組み合わせで書ける
    = AND, OR, NOTを**基本論理演算子**と呼ぶ
  - AND, OR, NOTは**完全系**を作っているとも言う
    - 完全系に関しては、ブール代数の公理系の時に説明する

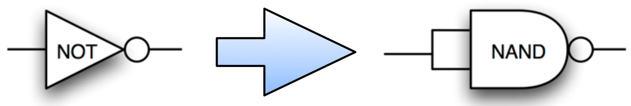
NANDの完全性

- SN74LS00（型番的に一番基本的な回路）
  - NANDが4個入ったIC

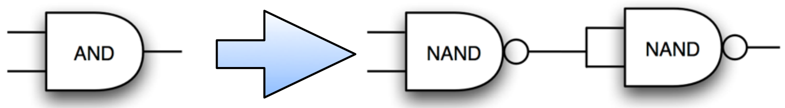




$$\bar{x} = \overline{x \cdot x}$$



$$x \cdot y = \overline{\overline{x \cdot y}}$$



$$x + y = \bar{\bar{x}} + \bar{\bar{y}} = \overline{\bar{x} \cdot \bar{y}}$$