前回の復習から

- 足し算の復習（黒板でやる）

足し算の規則性を表にする

a	b	c	c’	s
0	0	0		
0	1	0		
1	0	0		
1	1	0		
0	0	1		
0	1	1		
1	0	1		
1	1	1		

桁上がり有り
＝全加算器（Full Adder)
=**FA**

a	b	c’	s
0	0		
0	1		
1	0		
1	1		

桁上がり無し
=半加算器（Half Adder)
＝**HA**

情報処理と論理関数

- 情報処理とは？
  - 情報入力→（処理）→情報出力
- デジタル世界の情報は{0,1}の列で表現できる
- 結局、情報処理とは{0,1}の列を{0,1}の列に変換する事

$a_n, a_{n\text{-}1}, .., a_1, a_0$

$b_n, b_{n\text{-}1}, .., b_1, b_0$ ――― 処理 ――→ $s_m, s_{m\text{-}1}, .., s_1, s_0$

- 一般化すると以下のように書けて、f_j を**論理関数**と呼ぶ

$$f_j : x_n, x_{n-1}, ..., x_1, x_0 \longrightarrow s_j (j = 1...m)$$

- より形式的には*B* = *{0,1}*として以下のように書ける

$$f : B^n \rightarrow B$$

論理関数の表現

- **真理値表**：入力値と出力をすべて表にしたもの
- 入力条件仕様：関数値１を与える条件を記述
- **論理式**（後述）

真理値表（FAを例として）

a	b	c	c’
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	1
0	0	1	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	1

a	b	c	s
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	0	0
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	1

sの入力条件仕様での表現

(0,1,0), (1,0,0), (0,0,1),(1,1,1)

論理関数はいくつあるのか？

- 1変数
  - 入力が{0,1}の2通り、そのそれぞれに{0,1}の2通りの値が可能
  - つまり、1変数だと $2^2 = 4$種類ありえる

x	f_0	f_1	f_2	f_3
0	0	1	0	1
1	0	0	1	1
意味	定数	否定	恒等	定数

- *n*変数では
  - 2^n 通りの入力があって、そのそれぞれに{0,1}の値
  - つまり*n*変数だと 2^{2^n}
  - 例えば*n* = 2だと16通り

2変数論理関数

x	y	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1

並び替え

x	y	f_8	f_7	f_{14}	f_1	f_6	f_9	f_0	f_{15}	f_2	f_4	f_{12}	f_3	f_{10}	f_5	f_{11}	f_{13}
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1
意味		AND	NAND	OR	NOR	XOR	XNOR	定数	定数	禁止ゲート	禁止ゲート	射影	射影否定	射影	射影否定	含意	含意

一つずつ黒板で説明

論理演算子

- [例] AND
  - 0,1を普通の数字と見たときの掛け算（積）と同じ
  - 掛け算と区別して論理積と呼ぶ
    - $x \cdot y$　と書く「・」が論理積を表す**論理演算子**
    - ANDの場合は省略する事も多い（つまり*xy*と書く）
- 同様に
  - OR: +
  - NOT $\bar{x}$
  - XOR: $\oplus$
- 論理式
  - 論理演算子と論理変数を組み合わせて論理関数を記述
  - 論理式と真理値表は論理関数の表現が違うだけでほぼ等価
  - 正確な定義は次週

論理式の例と練習問題

- $\bar{x}y + x\bar{y}$
  - この論理式がXORで有ることを真理値表を使って確認せよ
- $\overline{xy}$ と $\overline{x} + \overline{y}$ が等しい事及び $\overline{x+y} = \overline{x} \cdot \overline{y}$ を示せ
  - ２つの論理式が等しい事は、それぞれ真理値表を書いて示す
- $\overline{x} \cdot \overline{y} + xy$ が $\overline{x \oplus y}$ に等しい事を示せ
  - ちなみにこれはXNORの論理式表現になっている

- 多数決関数　$M(x, y, z) = 1$ if x, y, z の 1 の個数が 2 個以上
- パリティ関数　$P(x, y, z) = 1$ if x, y, z の 1 の個数が奇数個
  - 多数決関数とパリティ関数の真理値表を書きなさい